

EJERCICIOS

Límites de Funciones

1. Determine los siguientes límites (si existen):

$$\begin{array}{llll}
 a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} & d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & g) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^3 - 64} & j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 5x + 7}{x} \\
 b) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{\sqrt{x - 2}} & e) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{2 - \sqrt{8-x}} & h) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^3 - 729}{\sqrt{x} - 3} & k) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \\
 c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2-x}}{x - 1} & i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{2 - \sqrt{x+3}} & l) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 81}
 \end{array}$$

2. Sea f la función definida por $f(x) = x^2 + x + 1$. Determine el valor del siguiente límite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}.$$

3. ¿Es adecuado preguntarse por el valor de $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{\sqrt{x-2}}$? Justifique su respuesta.

4. Determine los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll}
 a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1} & b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{9-x^2} & c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{|x-2|} & d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6}{(x-2)^3}
 \end{array}$$

5. Hallar las asíntotas verticales de cada una de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll}
 a) f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 2} & b) f(x) = \frac{x+2}{x^2 - 3x + 2} & c) f(t) = \frac{x^2}{x^6 - x^2} & d) f(x) = \frac{5}{x^2 - x + 12}
 \end{array}$$

6. ¿Podemos encontrar un número real a tal que

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$$

exista?. Si es así, encuentre los valores de a y del límite.

7. Determinar el valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 + x^2} \operatorname{sen}(\frac{\pi}{x})$.

8. Si $1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 2$ para todo $x \in \mathbb{R}$, determine $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

9. Si $3x \leq f(x) \leq x^3 + 2$ para todo $x \in [0, 2]$, determine $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

10. La función signo, que se denota por sgn , es definida por

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

a) Trazar su gráfica.

b) Hallar cada uno de los límites que siguen o explicar por qué no existen.

$$\text{i} \lim_{x \rightarrow 0^+} sgn(x) \quad \text{ii} \lim_{x \rightarrow 0^-} sgn(x) \quad \text{iii} \lim_{x \rightarrow 0} sgn(x) \quad \text{iv} \lim_{x \rightarrow 0} |sgn(x)|$$

11. Determine los siguiente límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2}{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 6x^2 - 2}{2x^3 - 4x + 5}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} + t^2}{2t - t^2}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t - t\sqrt{t}}{2t^{3/2} + 3t - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 1)^2}{(x - 1)^2(x^2 + x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 2x})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + x}{x^3 - x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + 2 \cos 3x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x^5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x^6}{x^4 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(e^x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{e^{3x} + e^{-3x}}$$