

## EJERCICIOS

### Límites de Funciones

1. Determine los siguientes límites (si existen):

$$\begin{array}{llll}
 a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} & d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & g) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^3 - 64} & j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 5x + 7}{x} \\
 b) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{\sqrt{x} - 2} & e) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{2 - \sqrt{8 - x}} & h) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^3 - 729}{\sqrt{x} - 3} & k) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \\
 c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2 - x}}{x - 1} & i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - x} - 1}{2 - \sqrt{x + 3}} & l) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 81}
 \end{array}$$

2. Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = x^2 + x + 1$ . Determine el valor del siguiente límite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}.$$

3. ¿Es adecuado preguntarse por el valor de  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - 2}{\sqrt{x} - 2}$ ? Justifique su respuesta.

4. Determine los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll}
 a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{x - 1} & b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 3|}{9 - x^2} & c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{|x - 2|} & d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6}{(x - 2)^3}
 \end{array}$$

5. Hallar las asíntotas verticales de cada una de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll}
 a) f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 2} & b) f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 3x + 2} & c) f(t) = \frac{x^2}{x^6 - x^2} & d) f(x) = \frac{5}{x^2 - x + 12}
 \end{array}$$

6. ¿Podemos encontrar un número real  $a$  tal que

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$$

exista?. Si es así, encuentre los valores de  $a$  y del límite.

7. Determinar el valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 + x^2} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ .

8. Si  $1 \leq f(x) \leq x^2 + 2x + 2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ , determine  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ .

9. Si  $3x \leq f(x) \leq x^3 + 2$  para todo  $x \in [0, 2]$ , determine  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

10. La función signo, que se denota por  $sgn$ , es definida por

$$sgn(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

a) Trazar su gráfica.

b) Hallar cada uno de los límites que siguen o explicar por qué no existen.

$$\text{i } \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sgn}(x)$$

$$\text{ii } \lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{sgn}(x)$$

$$\text{iii } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sgn}(x)$$

$$\text{iv } \lim_{x \rightarrow 0} |\operatorname{sgn}(x)|$$

11. Determine los siguiente límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x^2+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 6x^2 - 2}{2x^3 - 4x + 5}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{t} + t^2}{2t - t^2}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t - t\sqrt{t}}{2t^{3/2} + 3t - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 + 1)^2}{(x-1)^2(x^2 + x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 2x})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + x}{x^3 - x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + 2 \cos 3x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + x^5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x^6}{x^4 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(e^x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{e^{3x} + e^{-3x}}$$